

Teoremas sobre Desigualdades e Intervalos

1. Propiedades de las desigualdades:

Sean $a, b, c: \mathbb{R}$

(D0) **Reverso:** $a < b \equiv b > a$

(D1) **A lo sumo:** $a \leq b \equiv a < b \vee a = b$

(D2) **Al menos:** $a \geq b \equiv a > b \vee a = b$

(D3) **Transitividad:**

a) $a < b \wedge b < c \Rightarrow a < c$

b) $a \leq b \wedge b < c \Rightarrow a < c$

c) $a < b \wedge b \leq c \Rightarrow a < c$

d) $a \leq b \wedge b \leq c \Rightarrow a \leq c$

(D4) **Monotonicidad:** $a < b \Rightarrow a + c < b + c$

(D5) **Monotonicidad:** $c > 0 \Rightarrow (a < b \Rightarrow a \cdot c < b \cdot c)$

(D6) **Tricotomía:** $(a < b \neq a = b \neq a > b) \wedge \neg((a < b) \wedge (a = b) \wedge (a > b))$

(D7) **Reflexividad:** $a \leq a$

(D8) **Cancelación:** $c \neq 0 \Rightarrow (c \cdot a = c \cdot b \equiv a = b)$

(D9) **Antisimetría:** $a \leq b \wedge b \leq a \equiv a = b$

Sean $x, y: \mathbb{Z}$:

(D8) $x \leq y \equiv x < y + 1$

(D9) $x \leq y \equiv x - 1 < y$

2. Manipulación de Rangos:

(8.24) $b \leq c \leq d \Rightarrow (b \leq i < d \equiv b \leq i < c \vee c \leq i < d)$

(R2) $a \leq b \leq c \equiv a \leq b \wedge b \leq c$

(R1) $a \leq b \Rightarrow (a \leq x < b \equiv a \leq x < b - 1 \vee x = b)$